<u>Soru 1</u>: Bir yağın kinematik viskozitesi **$1.25.10^{-4}$ m²/s** ve bağıl yoğunluğu **0.80** değerindedir. Yağın yoğunluğunu [**kg/m³**] olarak, özgül hacmini [**m³/kg**] olarak ve dinamik viskozitesini [**kg/(ms)**] olarak hesaplayınız.

<u>Çözüm 1</u>:

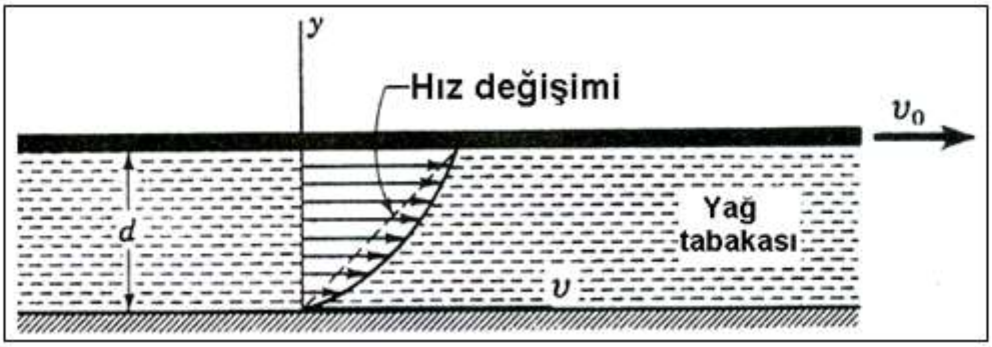
Bu sorunun çözümü aşağıda verilen kutu içine yapılacaktır.

<u>Yorum</u>:

μ; <u>dinamik ya da mutlak viskosite</u>siyi göstermektedir. Dinamik viskoziteni birimi; (Pa.s), [kg/(ms)] veya (Ns/m²) olarak yazılabilir.

Dinamik viskozitenin yoğunluğa oranı <u>kinematik viskozite</u> (ν) olarak isimlendirilir. Kinematik viskozitenin birimi; (m²/s) olarak yazılır.

<u>Soru 2</u>: Şekil ile verildiği gibi, hareketsiz geniş bir düzlem levha üzerinde d kalınlığında bir yağ tabakası vardır. Yağ tabasının üzerinde ise v_0 hızında hareket eden bir düzlem levha bulunmaktadır. Levhalar arasında oluşan hız değişimi paraboliktir ve a sabit bir sayı olmak üzere hız değişimi $v^2 = ay$ eşitliği ile yazılabilir. Verilen bilgiler altında dinamik viskozite (μ), hız (v_0), kalınlık (d) ve y değişkeni cinsinden kayma gerilmesine ait bir eşitlik elde ediniz. Dinamik viskozite değerini **0.22 kg/ms**, v_0 hızını **2 m/s** ve d kalınlığını **2 cm** alarak kayma gerilmesi eşitliğini y değişkeni cinsinden yeniden düzenleyiniz. y = **2 cm** ve y = **0 cm** için kayma gerilmesinin alacağı sayısal değerleri [**N/m²**] olarak hesaplayınız.



<u>Çözüm 2</u>:

Hız dağılımına ait genel denklem $v^2 = ay$ olarak verilmiştir. Bu denklem için sınır şartı aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

y = d için $v = v_0$

Sınır şartı genel denkleme uygulanırsa aşağıda verilen özel denklem elde edilir.

$$v_0^2 = ad \;\rightarrow\; a = \frac{v_0^2}{d} \;\rightarrow\; v^2 = \frac{v_0^2}{d}y \;\rightarrow\; v^2 = v_0^2\left(\frac{y}{d}\right)$$

Hız dağılımına ait özel denklem: $v = v_0\sqrt{y/d}$

Kayma gerilmesi içinde yer alan hız değişimini hesaplamak için, hız dağılımının y değişkenine göre türevi aşağıda verildiği gibi alınır:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{2}\frac{v_0}{\sqrt{d}}y^{-1/2}$$

Dinamik viskozite (μ), hız (v_0), kalınlık (d) ve y değişkeni cinsinden kayma gerilmesine ait eşitlik aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$\tau = \mu\frac{dv}{dy} = \frac{1}{2}\mu\frac{v_0}{\sqrt{d}}y^{-1/2} \;\; [\text{Pa}]$$

Sayısal değerler eşitliğe yerleştirilirse kayma gerilmesi aşağıda verilen şekli alır.

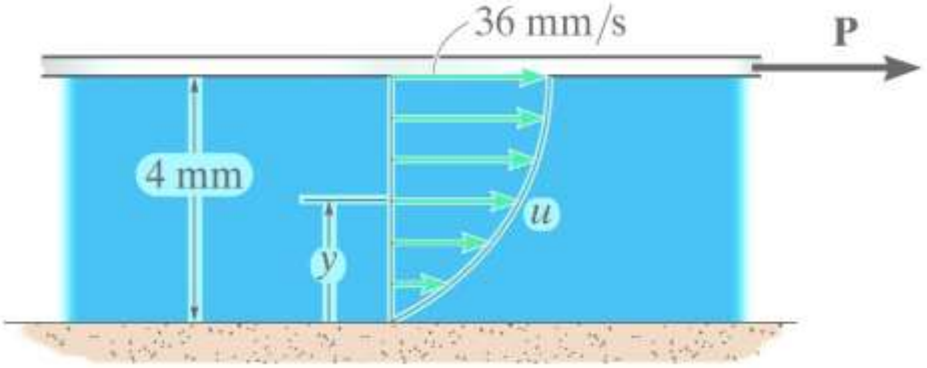
$$\tau = \frac{1}{2}(0.22\ \text{kg}/\text{ms})\frac{2\ \text{m}/\text{s}}{\sqrt{0.02\ \text{m}}}y^{-1/2} \rightarrow \tau = 1.556y^{-1/2}\ \ (\text{Pa})$$

y = 2 cm = 0.02 m için $\tau = 1.556(0.02)^{-1/2} = 11\ \text{N}/\text{m}^2$

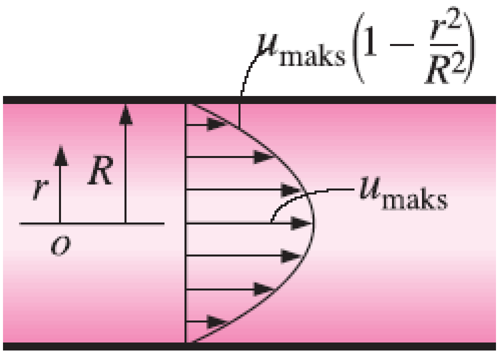
y = 0 cm = 0 m için hareketsiz düzlem levha üzerindeki akışkana ait hız değeri sıfır olur (v = 0 m/s). Kayma gerilmesi, dinamik viskozite ve hız değişimi ile doğru orantılıdır. Hız değişiminin olmadığı noktada kayma gerilmesinin değeri de sıfır olur.

Yorum:.Eğer hareketsiz düzlem levha ile v_0 hızında hareket eden düzlem levha arasında akışkana ait hız dağılımı doğrusal bir değişim gösterseydi, y = d = 0.02 m için kayma gerilmesi eşitliği $\tau = \mu\frac{dv}{dy} = \mu\frac{v_0}{d}\ [\text{Pa}]$ olacak ve $\tau = 22\ \text{N}/\text{m}^2$ olarak bulunacaktı.

<u>Soru 3</u>: Bir plaka ve sabit bir yüzey arasında bulunan Newton tipi akışkanın ince filmi için hız profili **$u = 10y - 0.25y^2$ (mm/s)** olarak verilmiştir. Bu hareketi sağlamak üzere plakaya uygulanması gereken P kuvvetini [**N**] olarak hesaplayınız. Sabit yüzeydeki kayma gerilmesini [**Pa**] olarak bulunuz. Plakanın akışkan ile temas eden yüzey alanı **5000 mm²** ve dinamik viskozite **0.532 Ns/m²** değerindedir.



Soru 4: Bir boru içersinde boru girişinden uzak bölgelerde akış bir boyutludur ve boru merkezinden olan radyal uzaklığa (r) bağlı olarak değişir. Laminer akış için hız değişimi, $u(r) = u_{maks}(1 - r^2 / R^2)$ olarak alınabilir. Bu eşitlikte R borunun yarıçapı, r boru merkezinden olan radyal uzaklık ve u_{maks} boru ekseninde oluşan en fazla akış hızıdır. L uzunluğundaki boru bölümüne akışkanın uyguladığı direnç kuvveti için bir bağıntı elde ediniz.



Çözüm 4:

Kabuller: Boru içi akış bir boyutludur ve Akışkan Newton tipi bir akışkandır.

Verilenler:

Hız değişimi: $u(r) = u_{maks}(1 - r^2 / R^2)$, Kayma gerilmesi: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ [Pa ≡ N/m²]

Analiz:

Direnç kuvveti katı iç yüzeyinde meydana geleceği için boru iç yüzeyindeki kayma gerilmesinin tanımlanması gerekir: $\tau_{iç\ yüzey} = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{r=R}$

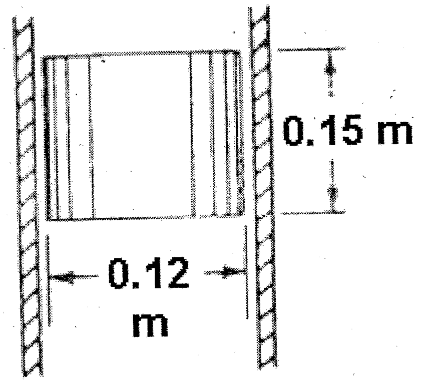
$$\tau_{iç\ yüzey} = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{r=R} = \mu u_{maks} \frac{d}{dr}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)_{r=R} = -\mu u_{maks} \left.\frac{(-2r)}{R^2}\right|_{r=R} = \frac{2\mu u_{maks}}{R}\ [Pa \equiv N/m^2]$$

Akışkanın uyguladığı direnç kuvveti: $F_{direnç} = \tau_{iç\ yüzey} A_{iç\ yüzey} = \frac{2\mu u_{maks}}{R}(2\pi RL) = 4\pi L \mu u_{maks}\ [N]$

Yorum: Akışkanın uyguladığı direnç kuvvetinin yüzeyde meydana geldiğine dikkat ediniz. Boru ve kanal girişinde akışın kaç boyutlu olacağını ve neden boru ve kanal girişinden uzak bölgelerde akışın bir boyutlu olduğunu araştırınız. Laminer ve türbülanslı akışta özelikler nasıl değişir ve Newton tipi olmayan akışlarda hız değişimi nasıl tanımlanabilir inceleyiniz.

SINAV SORULARI ÖRNEKLERİ

Şekil ile verildiği gibi **1 kg** kütlesinde silindirik piston, iç yüzeyi yağlanmış bir silindir içinde yukarı doğru hareket etmektedir. Piston ile silindir arasındaki boşluk **0.03 mm** değerindedir. Pistonun hızı **6.5 m/s** değerinde iken yavaşlama ivmesi de **0.65 m/s²** değerinde olmaktadır. Diğer bilgiler şekil üzerinde verilmiştir. Silindir ile piston arasında yer alan yağın viskozitesini **[kg/(ms)]** olarak hesaplayınız.



Çözüm: $m=1$ kg, silindir iç yüzeyi ile piston arasındaki boşluğun uzunluğu $= L = 0{,}03$ mm $= 3.10^{-5}$ m

$V = 6{,}5$ m/s, $a = -0{,}65$ m/s^2

Silindir iç yüzeyi ile piston arasındaki boşluğun uzunluğu küçük değerde olduğu için aradaki hız dağılımı doğrusal kabul edilebilir.

Kayma gerilmesi, $\tau = \mu \dfrac{dV}{dy} = \mu \cdot \dfrac{V}{L} = \mu \cdot \dfrac{6{,}5 \text{ m/s}}{3.10^{-5} \text{m}} = \mu \cdot (216666{,}\bar{6})$ Pa

Kayma gerilmesi ile oluşan direnç kuvveti: $F = \tau A$

Pistonun yüzey alanı: $A = \pi D (0{,}15 \text{ m}) = \pi (0{,}12)(0{,}15) = 0{,}0565 \text{ m}^2$

$$F = \mu (216666{,}\bar{6}) \pi (0{,}12)(0{,}15) = 12252{,}2\mu \text{ (N)}$$

Newton'un 2. yasası:

$$\sum F = ma \longrightarrow mg - 12252{,}2\mu = ma$$

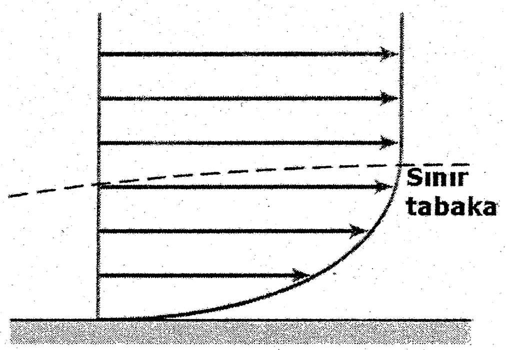
Aşağıya doğru olan direnç kuvveti

Yukarı doğru olan ağırlık

$$(1 \text{ kg})(9{,}81 \text{ m/s}^2) - 12252{,}2\mu = (1 \text{ kg})(-0{,}65 \text{ m/s}^2)$$

$$\mu = 8{,}5372.10^{-4} \text{ kg/ms}$$

Şekil ile verildiği gibi, sabit duran bir levha üzerinde olan laminer akışı göz önüne alalım. Levha yüzeyi ile oluşan sınır tabaka içinde bir hız dağılımı meydana gelecektir. Sınır tabaka içindeki hız dağılımı [u, değişken hız (m/s); u_{max}, sabit hız (m/s); y, levha yüzeyinden yukarı doğru olan dikey yön (m) ve h, sınır tabaka kalınlığı (m) olmak üzere], $\frac{u}{u_{max}} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{h}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{h}\right)^3$ eşitliği ile verilsin. Akışkan **20°C** sıcaklıkta gliserin sıvısıdır. u_{max} = **4 cm/s** ve y = **0 m** için kayma gerilmesi **20 N/m²** ise sınır tabaka kalınlığını **[m]** olarak hesaplayınız.



Çözüm: 20°C gliserin $\longrightarrow$ $\mu = 1.519$ kg/m.s

$$u_{max} = 4 \text{ cm/s} = 0.04 \text{ m/s}$$

Kayma gerilmesi $\tau = \mu \cdot \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0\,m} = 20 \text{ N/m}^2$

Hız dağılımı $u = \left\{\frac{3y}{2h} - \frac{y^3}{2h^3}\right\} \cdot u_{max}$

$$\frac{du}{dy} = \frac{3u_{max}}{2h} - \frac{3y^2 u_{max}}{2h^3}$$

$y=0$ için $\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{3u_{max}}{2h}$

$$\tau\Big|_{y=0} = (1.519 \text{ kg/m.s}) \cdot \frac{3(0{,}04 \text{ m/s})}{2h} = 20 \text{ N/m}^2$$

$$h = 4.557 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{\underline{0.004557 \text{ m}}}$$