

Ege Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Tekstil Mühendisliği Bölümü

Akışkanlar Mekaniği Ders Notu

Ders06-Konu: **Hidrostatik Kavramı**

Prof.Dr.Hüseyin GÜNERHAN

<https://www.huseyingunerhan.com/>

Bu ders notu Dr.Hüseyin GÜNERHAN tarafından hazırlanmış ve her sayfası izinsiz kopyalamaya ve çoğaltmaya karşı notere tasdik ettirilmiştir. Ders notunun tüm hakları saklıdır. Ders notunun fotokopi ile çoğaltılıp-ciltletilmesi için yazarından yazılı olarak izin alınması zorunludur.

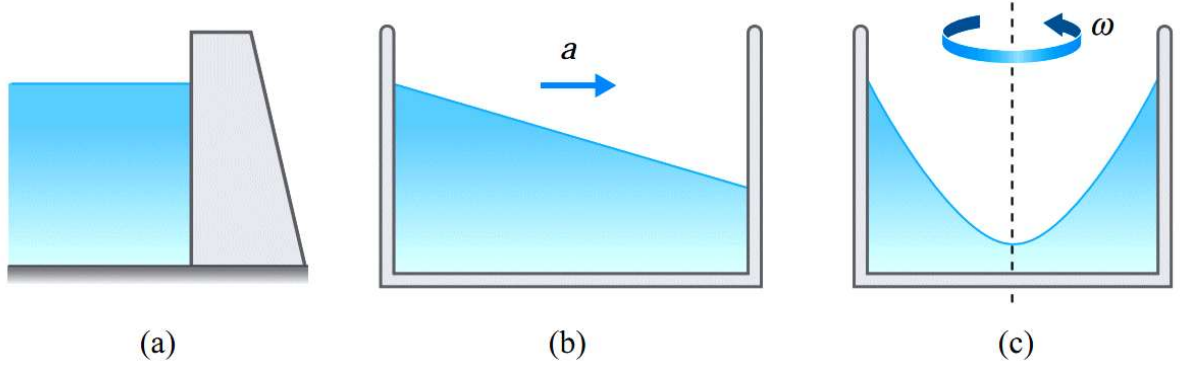
Bu ders notu, kitap değildir ve yazarın özgün fikirlerini içermektedir. Kaynaklardan alınan bilgiler için kaynak isimleri her bölümün “özet bilgiler” kısmında verilmiştir.

BASINÇ VE AKIŞKAN STATİĞİ

Bir akışkan tarafından birim alana uygulanan kuvvete **basınç** denir. P ile gösterilen basıncın birimi **pascal**dır [$\text{Pa} \equiv \text{N/m}^2$].

HİDROSTATİK KAVRAMI

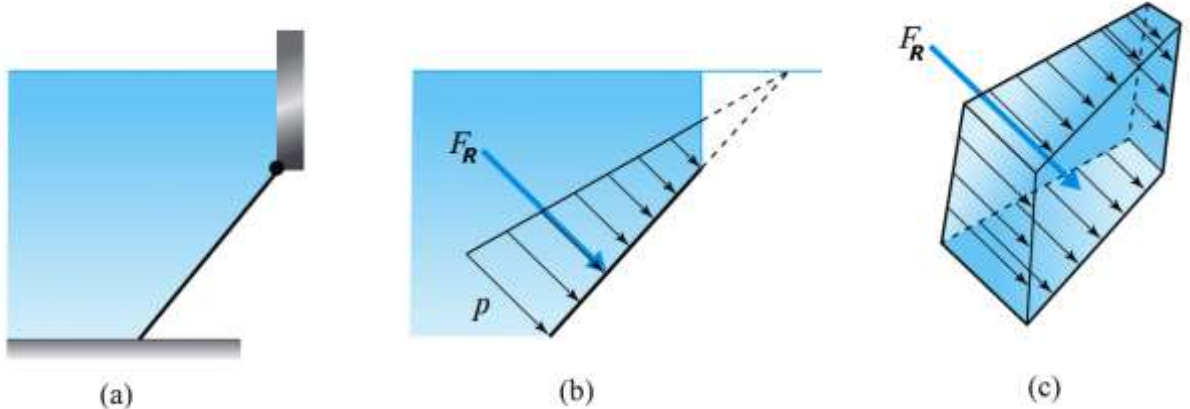
Akışkan statığı, durgun durumdaki akışkanları ele alır ve akışkanın bir sıvı olması durumunda **hidrostatik** olarak isimlendirilir. Akışkan statığı aşağıda verildiği gibi 3 farklı durum için açıklanabilir: hareketsiz akışkan (a), doğrusal ivmelenme (b) ve açısal dönme (c). 3 durumda da akışkan sahip olduğu şekli korumaktadır yani statik durumdadır.



h_{KM} serbest sıvı yüzeyinden kütle merkezine (KM) olan dikey uzaklık olmak üzere, homojen bir sıvı içerisinde tamamen dalmış durumda bir plakanın düz bir yüzeyi üzerine etkiyen bileşke kuvvetin (F_R) büyüklüğü, yüzeyin kütle merkezindeki (ağırlık merkezindeki) basınç P_c ($P_c = P_{ortalama} = P_{ort}$) ile yüzey alanı A değerinin çarpımına eşit olup aşağıda verilen eşitlikler ile hesaplanır.

$$F_R = (P_0 + \rho g h_c) A = P_c A = P_{ort} A \quad (\text{N})$$

Yukarıda verilen eşitlik içinde yer alan P_0 genellikle atmosfer basıncıdır ve çoğu durumda plakanın her tarafına da etkidiği için sadeleştirilir ve $P_0 = 0 \text{ Pa}$ olarak alınır. Bileşke kuvvet F_R 'nin etkidiği yüzey alanındaki davranışı, aşağıda verilen 3 farklı şekil ile açıklanabilir. a: kuvvetin etkidiği dikdörtgen kesitli yüzey alanının yandan görünüşü, b: yüzey alanındaki basınç dağılımı ve F_R 'nin konumu, c: basınç prizması ve F_R 'nin konumu.

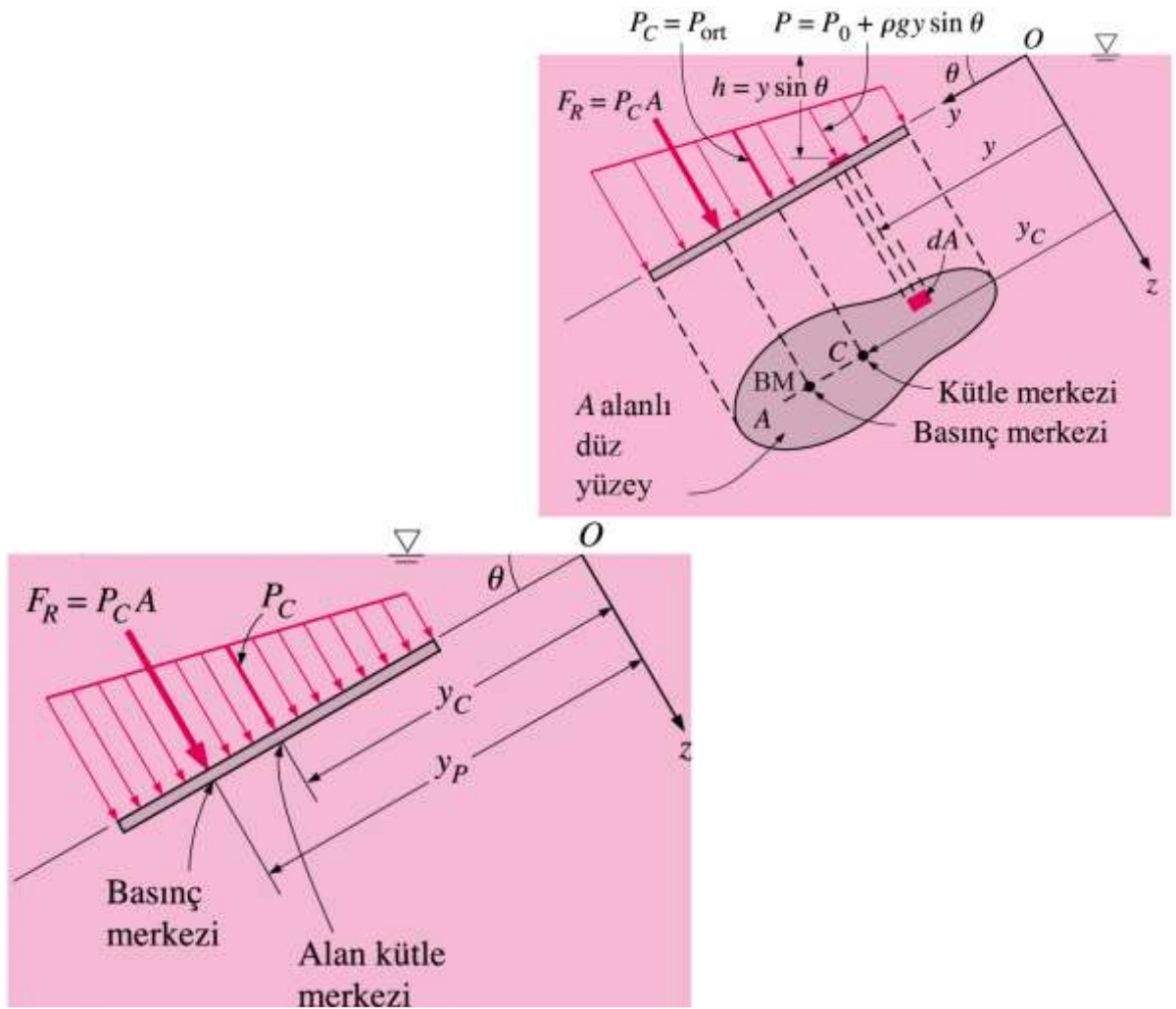


Bileşke kuvvetin etkidiği noktaya basınç merkezi (BM) denir. Yukarıda şekil ile verildiği gibi, bileşke kuvvetin etkidiği basınç merkezi her zaman kütle merkezinin altında yer alır.

Aynı düzlem içinde kütle merkezine x-y koordinat sistemi yerleştirildiğinde kütle merkezi ile basınç merkezi arasındaki y eksenli boyunca olan mutlak uzaklık $(y_p - y_{KM})$ aşağıda verilen eşitlik ile hesaplanır.

$$|y_p - y_{KM}| = |b| = \frac{I_{xx,KM}}{[y_{KM} + P_0 / (\rho g \sin \theta)] A} \text{ (m)}; \left[P_0 = 0 \text{ Pa için } |y_p - y_{KM}| = |b| = \frac{I_{xx,KM}}{y_{KM} A} \text{ (m)} \right]$$

Yukarıda eşitlik içinde yer alan $I_{xx,KM}$ alanın kütle merkezinden geçen x-eksenine göre alan ikinci momenti ve g yerçekimi ivmesidir. Diğer gösterimler için aşağıda verilen şekiller göz önüne alınabilir. (Aşağıda verilen şekillerde kütle merkezi-KM, "C" indisi ile gösterilmiştir).



Aynı düzlem içinde kütle merkezine x-y koordinat sistemi yerleştirildiğinde kütle merkezi ile basınç merkezi arasındaki y eksenli boyunca olan mutlak uzaklık $(b = y_p - y_{KM})$ ile x eksenli boyunca olan mutlak uzaklık $(x_p - x_{KM})$ aşağıda verilen eşitlikler ile de hesaplanabilir.

$$P_0 = 0 \text{ Pa} \text{ için } |y_p - y_{KM}| = |b| = \frac{I_{xx,KM}}{h_{KM}A} \sin \theta \text{ (m); } |x_p - x_{KM}| = \frac{I_{xy,KM}}{h_{KM}A} \sin \theta \text{ (m)}$$

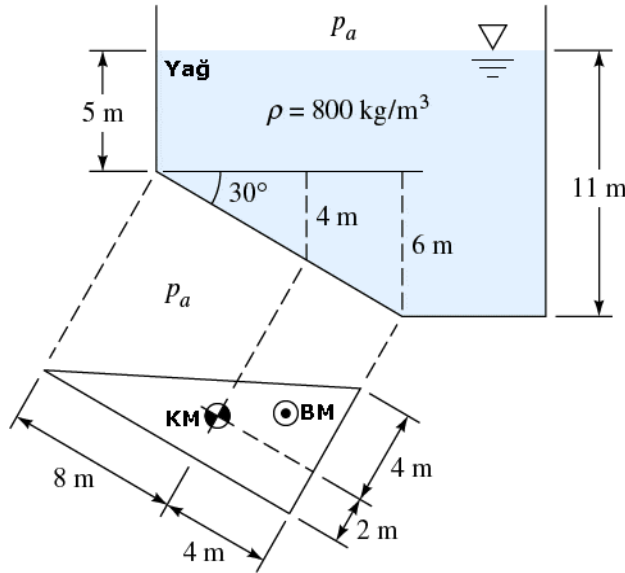
Önemli Konular:

- Dalmış düz ve eğrisel yüzeyler üzerinde hidrostatik kuvvetler
- Atalet momentleri, Özelik tabloları ve diyagramları

Çalışma Soruları:

1.Kütle merkezi, ağırlık merkezi, basınç merkezi, hidrostatik kuvvet, reaksiyon kuvveti ve bileşke kuvvet nedir? Açıklayınız. Sıvıya batırılmış hareketsiz, dikey ve eğimli duran bir katı yüzey üzerinde şekil çizerek gösteriniz.

2.Bir yağ deposunun alt tarafında dik üçgen biçiminde yer alan kısmı dikkate alarak bu kısma etkiyen hidrostatik kuvveti [MN] olarak hesaplayınız. Üçgen kısım üzerindeki basınç merkezinin (BM), x ve y doğrultusunda kütle merkezinden (KM) olan uzaklıklarını [m] olarak hesaplayınız. [Atmosfer basıncı her tarafa eşit olarak etki ettiği için $P_a = 0 \text{ Pa}$ alınabilir].



Kaynaklar:

- 1.Cengel YA, Cimbala JM, "Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications", Second Edition (SI), McGraw-Hill, 2010.
- 2.Fox RW, Pritchard PJ, McDonald AT, "Introduction to Fluid Mechanics", 7th Edition (SI), Wiley, 2010.
- 3.Crowe CT, Elger DF, Williams BC, Roberson JA, "Engineering Fluid Mechanics", 9th Edition (SI), Wiley, 2010.
- 4.Potter MC, Wiggert DC, Ramadan BH, "Mechanics of Fluids", 4th Edition, Cengage Learning, 2012.
- 5.Munson BR, Young DF, Okiishi TH, Huebsch WW, "Fundamentals of Fluid Mechanics", 6th Edition, Wiley, 2009.

BİLGİ: BİLEŞKE KUVVET VE BASINÇ MERKEZİ

Bileşke Kuvvetin Büyüklüğü

Şekil ile verilen ve kütle merkezi (KM) ile basınç merkezi (BM) gösterilen dikey kapağa etki eden basınç için γ sıvının özgül ağırlığı ve y değişken derinlik olmak üzere aşağıda verilen eşitlik yazılabilir.

$$P = \gamma y \quad (\text{Pa})$$

Diferansiyel kuvvet, $dF = PdA = \gamma y dA$ (N) olarak yazılırsa, kapak yüzey alanına etki eden toplam kuvvet için aşağıda verilen eşitlik yazılabilir.

$$F = \int_A PdA = \int_A \gamma y dA = \gamma \int_A y dA \quad (\text{N})$$

$\int_A y dA$, alan atalet birinci momentidir ve $\frac{1}{A} \int_A y dA$ ifadesi ortalama y değerine yani serbest akışkan yüzeyi ile KM arasındaki uzaklığa ($\bar{y}$ veya h_{KM})

eşittir. $\bar{P}$ ortalama basınç olmak üzere, kapak yüzey alanına etki eden bileşke kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_R = \gamma \bar{y} A \rightarrow F_R = (\gamma \bar{y}) A \rightarrow F_R = \bar{P} A \quad (\text{N})$$

Ortalama basıncın kütle merkezine ve bileşke kuvvetin basınç merkezine etki ettiğine dikkat ediniz. Basınç merkezinin yeri ise, kapağın üst noktasına göre moment alınarak belirlenebilir.

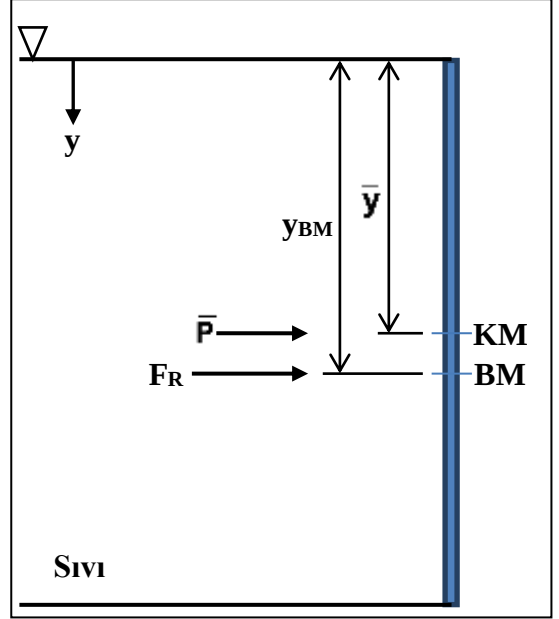
$$y_{BM} F = \int_A y dF = \int_A y PdA = \int_A \gamma y^2 dA = \gamma \int_A y^2 dA \quad (\text{Nm})$$

$\int_A y^2 dA$ ifadesi, alan atalet ikinci momentidir ve I_o ile gösterilebilir. I_o , paralel-eksen teoremi göz önüne alınarak, kapak yüzey alanının merkezinden geçen eksene göre aşağıdaki gibi yazılabilir.

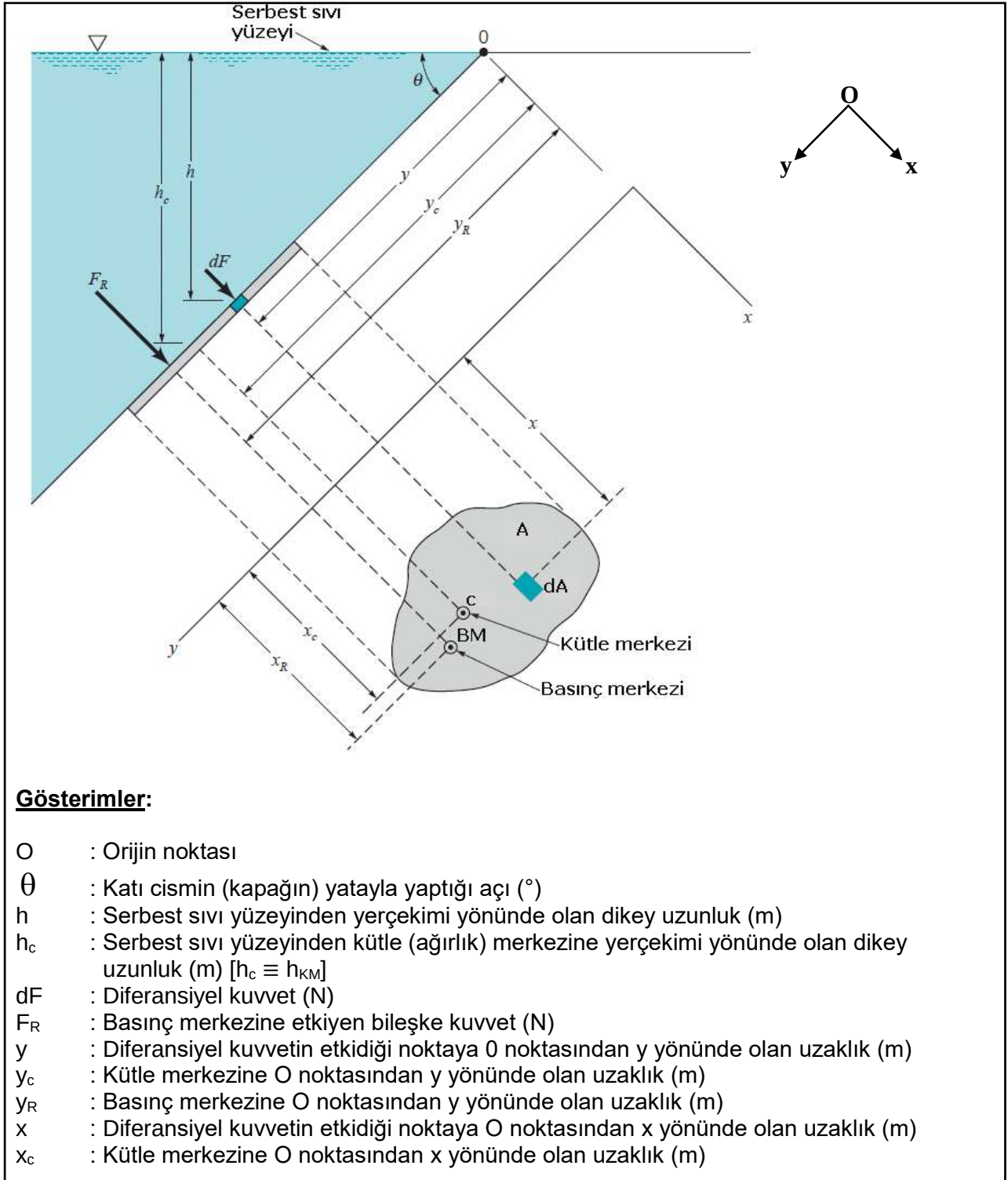
$$I_o = I_{xx,KM} + \bar{y}^2 A \quad (\text{m}^4)$$

$I_{xx,KM}$, yüzey alanın kütle merkezinden geçen x-eksenine göre alan ikinci momentidir. Serbest akışkan yüzeyi ile basınç merkezi arasındaki uzaklık (y_{BM}) ya da KM ile BM arasındaki uzaklık ($b = y_{BM} - \bar{y}$) aşağıda verildiği gibi hesaplanır.

$$y_{BM} F = \gamma \int_A y^2 dA \rightarrow y_{BM} (\gamma \bar{y} A) = \gamma (I_{xx,KM} + \bar{y}^2 A) \rightarrow y_{BM} - \bar{y} = \frac{I_{xx,KM}}{\bar{y} A} \quad (\text{m})$$

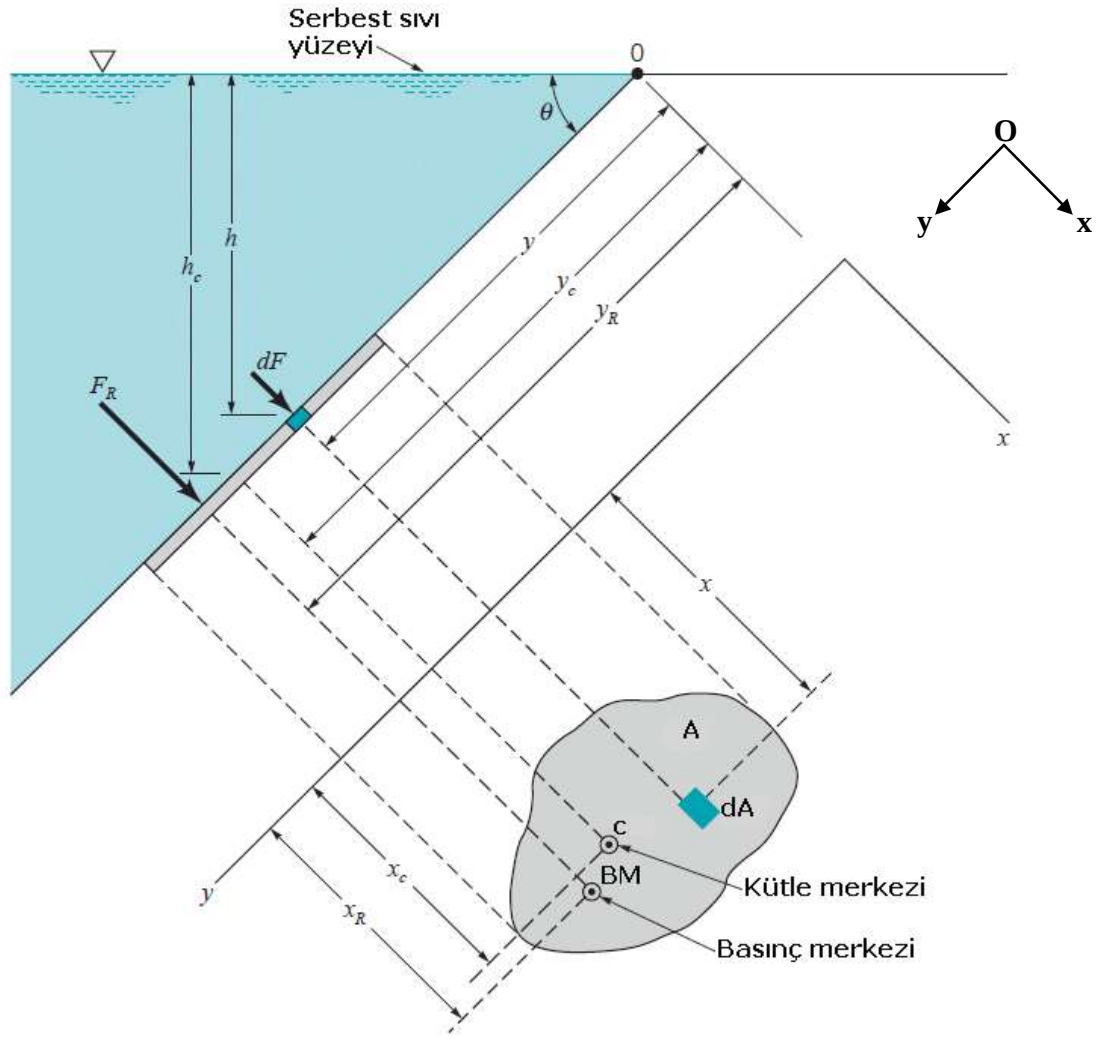


BİLGİ: DALMIŞ DÜZ YÜZEYLER ÜZERİNDE HİDROSTATİK KUVVETLER



Gösterimler: (Devam)

x_R	: Basınç merkezine O noktasından x yönünde olan uzaklık (m)
A	: Kapağın (ıslak) yüzey alanı (m^2)
dA	: Kapağın diferensiyel alanı (m^2)
γ	: Sıvının özgül ağırlığı (N/m^3)
ρ	: Sıvının yoğunluğu (kg/m^3)
g	: Yerçekimi ivmesi (m/s^2)
I_{xc}	: Yüzey alanın kütle merkezinden geçen x-eksenine göre alan ikinci momenti (m^4)
	$\left[I_{xc} \equiv I_{xx,c} \equiv I_{xx,KM} \right]$
I_{xyc}	: Yüzey alanın kütle merkezinden geçen y-eksenine göre alan ikinci momenti (m^4)



Hesaplamalar:

Basınç (Gösterge) : $P_{gös} = \gamma_{sıvı} h = \rho_{sıvı} g h$ (Pa)

Ortalama basınç : $P_{ort} = P_C = P_{ortalama} = \gamma_{sıvı} h_c = \rho_{sıvı} g h_c = \gamma_{sıvı} h_{KM} = \rho_{sıvı} g h_{KM}$ (Pa)

Kuvvet : $F = P A$ (N)

Diferensiyel kuvvet : $dF = \gamma_{sıvı} h dA$ (N)

Dikey uzunluk : $h = y \sin \theta$ (m)

Bileşke kuvvet : $F_R = P_{ort} A$ (N)

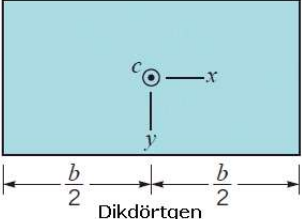
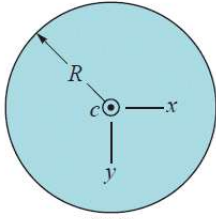
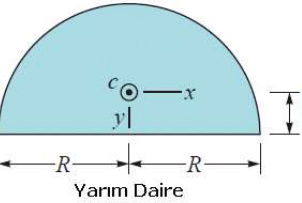
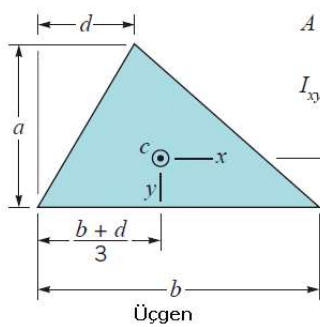
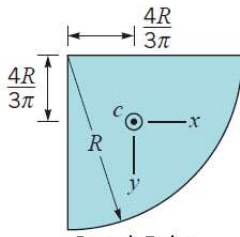
Bileşke kuvvet : $F_R = \int_A \gamma_{sıvı} h dA = \int_A \gamma_{sıvı} y \sin \theta dA = \gamma_{sıvı} A y_c \sin \theta = \gamma_{sıvı} h_c A$ (N)

Hesaplamalar: (Devam)

$$\text{BM'nin uzaklığı} \quad : y_R = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A} = y_c + \frac{I_{xc} \sin \theta}{h_c A} \quad (\text{m})$$

$$\text{BM'nin uzaklığı} \quad : x_R = x_c + \frac{I_{xyc}}{y_c A} \quad (\text{m})$$

BİLGİ: BAZI GEOMETRİLERE AİT ÖZELLİKLER

 Dikdörtgen	$A = ba$ $I_{xc} = \frac{1}{12}ba^3$ $I_{yc} = \frac{1}{12}ab^3$ $I_{xyc} = 0$
 Daire	$A = \pi R^2$ $I_{xc} = I_{yc} = \frac{\pi R^4}{4}$ $I_{xyc} = 0$
 Yarım Daire	$A = \frac{\pi R^2}{2}$ $I_{xc} = 0.1098R^4$ $I_{yc} = 0.3927R^4$ $I_{xyc} = 0$
 Üçgen	$A = \frac{ab}{2}$ $I_{xc} = \frac{ba^3}{36}$ $I_{yc} = \frac{ba^2}{72}(b - 2d)$
 Çeyrek Daire	$A = \frac{\pi R^2}{4}$ $I_{xc} = I_{yc} = 0.05488R^4$ $I_{xyc} = -0.01647R^4$

Gösterimler:

C : Kütle merkezi (KM)

A : Alan (m²)

I_{xc} : Kütle merkezine göre atalet momenti (m⁴) ($\equiv I_{xx,c}$) [A alanının C kütle merkezinden geçen x-eksenine göre levha düzleminde hesaplanmış alan atalet momenti]

I_{yc} : Kütle merkezine göre atalet momenti (m⁴) ($\equiv I_{yy,c}$) [A alanının C kütle merkezinden geçen y-eksenine göre levha düzleminde hesaplanmış alan atalet momenti]

I_{xyc} : Levha düzleminde hesaplanmış levhanın çarpım atalet momenti (m⁴)