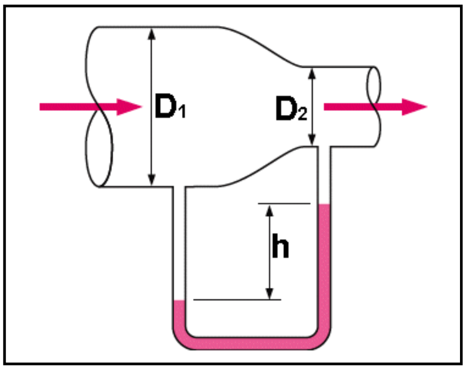
# ÖRNEK SORU ÇÖZÜMLERİ

**Soru 1:** Şekil ile verildiği gibi su yatay bir boru içinde $\dot{V}$ hacimsel debi ile akmaktadır. Boru, düzgün bir daralma ile birbirlerine bağlı $D_1$ ve $D_2$ çaplarındaki iki farklı bölümden oluşmaktadır. İki bölüm arasındaki basınç düşümü civalı bir manometre ile ölçülmektedir. Sürtünme etkilerini göz önüne almayarak, borunun iki bölümündeki civa seviyeleri arasındaki yükseklik farkı (h) için bir eşitlik elde ediniz.




**Çözüm 1:**

$D_1$ çapının bulunduğu nokta A noktası olarak ve $D_2$ çapının bulunduğu nokta ise B noktası olarak işaretlensin. (A ve B noktaları borunun tam ortasında olsun). Öncelikle A ve B noktaları arasında bir akım çizgisi boyunca olan sürekli akış için Bernoulli denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir. (Sürtünme etkileri göz önüne alınmayacağı için enerji denklemi yerine Bernoulli denklemi seçilmiştir). Akışkan su olduğu için sıkıştırılamaz akışkan olarak kabul edilmiştir. Akım çizgisi boyunca kot farkı olmadığı için $z_A = z_B$ alınmış ve A ve B noktaları arasındaki basınç düşümü için aşağıda verilen eşitlik elde edilmiştir.

$$\frac{P_A}{\rho_{su} g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho_{su} g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B \rightarrow P_A - P_B = \frac{\rho_{su}\left(V_B^2 - V_A^2\right)}{2} \qquad [1]$$

Civalı Mercury manometresinde oluşan h yüksekliği dikkate alınarak da basınç düşümüne ait bir eşitlik aşağıda verildiği gibi türetilebilir. (h yüksekliğinin üst noktası ile B noktası arasındaki dikey uzaklık s olarak alınmıştır).

$$P_A + \rho_{su} g(s+h) = P_B + \rho_{su} g s + \rho_{civa} g h \rightarrow P_A - P_B = (\rho_{su} - \rho_{civa}) g h \qquad [2]$$

[1] numaralı eşitlik içinde bulunan hızlar için aşağıda verilen eşitlikler yazılabilir.

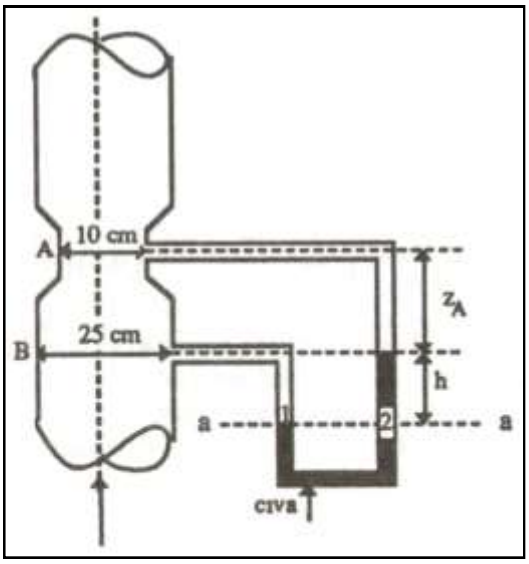
$$V_A = \frac{\dot{V}}{A_A} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2/4} \quad \text{ve} \quad V_B = \frac{\dot{V}}{A_B} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2/4}$$

[1] ve [2] numaralı eştliklerden yararlanarak h yüksekliğine bağlı bir eşitlik elde edilebilir:

$$\frac{\rho_{su}\left(V_B^2 - V_A^2\right)}{2} = (\rho_{su} - \rho_{civa}) g h \rightarrow h = \frac{\rho_{su}\left(V_B^2 - V_A^2\right)}{2g(\rho_{su} - \rho_{civa})} = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g(\rho_{su}/\rho_{civa} - 1)} \quad \text{(m)}$$

Yorum: Manometredeki h yüksekliği hesaplandıktan sonra basınç düşümünün değeri de bulunabilir. Boru içinden su yerine hava akışkanı aksa idi manometre içinde genelde su olurdu (neden?) ve basınç düşümü $P_A - P_B = \rho_{su} g h$ eşitliğinden hesaplanabilirdi (neden?).

**Soru 2:** Şekil ile verilen manometre içinde **25°C** sıcaklıkta civa vardır. Venturi borusu içinden ise, **25°C** sıcaklıktaki su gösterilen yönde akmaktadır. A ve B noktalarındaki çap değerleri şekil üzerinde verilmiştir. $z_A$ = **80 cm** ve h = **0.65 m** ise Venturi borusu içindeki debiyi [**litre/s**] olarak hesaplayınız.




**Çözüm 2:**

Özelikler: 25°C için $\rho_{civa}$=13534 kg/m³ (İlgili tablodan) ve $\rho = \rho_{su} = 997$ kg/m³ (İlgili tablodan)

Analiz: $\rho$ yoğunluk, V hız ve A kesit alanı olmak üzere, A ve B noktaları arasında süreklilik denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$\rho_A V_A A_A = \rho_B V_B A_B$ (Su, sıkıştırılamaz bir akışkan olduğundan dolayı $\rho_A = \rho_B = \rho$ alınabilir). Süreklilik denkleminden $V_A$ hızı ile $V_B$ hızı arasındaki ilişki aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$V_A \frac{\pi(0.10)^2}{4} = V_B \frac{\pi(0.25)^2}{4} \rightarrow V_A = (6.25)V_B \qquad [1]$$

P basınç, g yerçekimi ivmesi ve z yükseklik olmak üzere, A ve B noktaları arasında bir akım çizgisi boyunca akış olduğu için Bernoulli denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$\frac{P_A}{\rho_A g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho_B g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B$, B noktasından geçen düzlem referans düzlemi olarak alınırsa Bernoulli denklemi aşağıda verilen şekli alır.

$$\frac{V_A^2 - V_B^2}{2g} = \frac{P_B - P_A}{\rho g} - z_A \qquad [2]$$

[2] denkleminde yer alan basınç düşümü, a-a referans düzlemi kullanılarak manometre için de yazılabilir.

$$P_B + \rho g h = P_A + \rho_{civa} g h + \rho g z_A \rightarrow \frac{P_B - P_A}{\rho g} = h\left(\frac{\rho_{civa} g}{\rho g} - 1\right) + z_A \qquad [3]$$

[1], [2] ve [3] denklemleri bir arada kullanılırsa aşağıda verilen eşitlik elde edilir ve istenen $V_B$ hızı ve hacimsel debi değerlerine ulaşılır.

$$\frac{V_A^2 - V_B^2}{2g} = h\left(\frac{\rho_{civa} g}{\rho g} - 1\right) \rightarrow \frac{\left[(6.25)V_B\right]^2 - V_B^2}{2g} = h\left(\frac{\rho_{civa} g}{\rho g} - 1\right) \rightarrow \frac{(38.0625)V_B^2}{(2)(9.81)} = (0.65)\left(\frac{13534}{997} - 1\right)$$

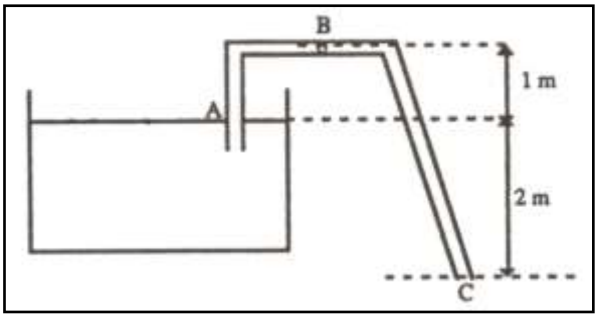
$$V_B = 2.053 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = V_B A_B = (2.053)\frac{\pi(0.25)^2}{4} = 0.10 \text{ m}^3/\text{s} = 100.8 \text{ litre/s}$$

<u>Yorum</u>: Venturi borusu veya Venturi akış ölçeri, bir akışkanın boru içindeki akış hızını ölçmek için kullanılır. Bir Venturi borusu aşağıda verildiği gibi olabilir:

Süreklilik denkleminin sıkıştırılamaz ve sıkıştırılabilir akışkanlar için kullanımına ve manometre aracılığı ile basınç düşümü hesaplarının nasıl yapıldığına dikkat ediniz. Hacimsel debinin (m³/s) ve (litre/s) olarak hesaplanabileceğini göz önüne alınız.

**<u>Soru 3</u>:** Şekil ile verilen sifonun kesit alanı dairesel olup çapı **10 cm** değerindedir. Haznedeki su seviyesinin değişmediğini ve sürtünme kayıpları olmadığını kabul ederek, sifondaki suyun hızını [**m/s**] olarak, debiyi [**litre/s**] olarak ve B noktasındaki mutlak basıncı [**kPa**] olarak hesaplayınız. [Su sıcaklığı **20°C** değerindedir].




**<u>Çözüm 3</u>:**

Önce serbest akışkan (su) yüzeyi (A noktası) ile sifon çıkışı (C noktası) arasında (bir akım çizgisi boyunca olan akış için) Bernoullli denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$$\frac{P_A}{\rho_A g}+\frac{V_A^2}{2g}+z_A=\frac{P_C}{\rho_C g}+\frac{V_C^2}{2g}+z_C$$

Sifon çıkışı ve serbest su yüzeyi atmosfere açıktır ve $P_A = P_C = P_{atm}$ yazılabilir. Serbest su yüzeyinin alanı, C noktasındaki sifonun kesit alanından çok büyük olduğu için $V_A \cong 0\ m/s$ alınabilir.

Su sıkıştırılamaz akışkan olduğu için $\rho_A = \rho_c = \rho$ olacaktır. $z_A = 2\ m$ ve $z_C = 0\ m$ değerindedir. Bu durumda Bernoullli denklemi aşağıda verildiği gibi düzenlenebilir ve buradan sifondaki suyun hızı hesaplanabilir.

$$\frac{P_{atm}}{\rho g}+\frac{0^2}{2g}+2=\frac{P_{atm}}{\rho g}+\frac{V_C^2}{2g}+0 \rightarrow V_C=\sqrt{(2)(g)(2)}=\sqrt{(2)(9.81)(2)}=6.26\ m/s$$

Hacimsel debi aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir.

$$\dot{V}=V_C A_C=(6.26)\frac{\pi(0.10)^2}{4}=0.049\ m^3/s=49.166\ litre/s$$

Son olarak serbest akışkan (su) yüzeyi (A noktası) ile sifon üst noktası (B noktası) arasında (bir akım çizgisi boyunca olan akış için) Bernoullli denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$$\frac{P_A}{\rho g}+\frac{V_A^2}{2g}+z_A=\frac{P_B}{\rho g}+\frac{V_B^2}{2g}+z_B$$

Bu eşitlikte, 20°C sıcaklık için $\rho = 998\ kg/m^3$ (ilgili tablodan), $z_A = 0\ m$, $z_B = 1\ m$, $P_A = P_{atm}$ = 101325 Pa, $V_A \cong 0\ m/s$ ve yoğunluk ve çap değerleri değişmediği için $V_B = V_C$ olacaktır.

$P_B$ basıncı aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir.

$$\frac{101325}{(998)(9.81)}+\frac{0^2}{2(9.81)}+0=\frac{P_B}{(998)(9.81)}+\frac{(6.26)^2}{2(9.81)}+1 \rightarrow P_B=71985.44\ Pa=72\ kPa$$

Yorum: Bernoulli denklemi bir akış çizgisi boyunca ve sürekli akımın olduğu sadece iki nokta arasında geçerlidir. Örnek soruda olduğu gibi, birinci nokta depo içindeki serbest akışkan yüzeyi alınırsa -serbest sıvı yüzeyinin kesit alanı, boru kesit alanından çok büyük olduğu için- serbest akışkan (sıvı) yüzeyinin azalma veya artma hızı yaklaşık 0 m/s alınır. Yani A noktasındaki akışkan hızı 0 m/s alınır ve B ve C noktalarındaki akışkan hızları hesaplanır. Sıkıştırılamaz akışkanlarda boru çapı da değişmiyorsa B ve C noktalarındaki hızlar birbirine eşit olur.

A ve C noktaları atmosfere açık olduğu için bu noktalardaki basınç, atmosfer basıncına eşittir. B noktası için hesaplama yapılması gerekir.

B noktasındaki basıncın neden atmosfer basıncından küçük olduğunu yorumlayınız. B noktasından C noktasına doğru ilerlerken basınç nasıl değişir? Açıklayınız.

Aşağıda verilen şekilde, 1 noktası ile 2 noktası arasındaki akış çizgileri ve sürekli akım gösterilmiştir.