

Makina Mühendisliğine Giriş Dersi
Ders05: Statik Giriş
"Ağırlık ve Kütle Merkezi"

Newton'un Çekim Kanunu

F = İki cisim arasındaki çekim kuvveti (N)

G = Evrensel çekim sabiti, $G = 66,73 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$

m_1 = Birinci cismin kütlesi (kg)

m_2 = İkinci cismin kütlesi (kg)

r = İki cismin arasındaki uzaklık (m)

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (\text{N})$$

Ağırlık: Dünya yüzeyi üzerinde veya yüzeye yakın konumda yer alan bir cisim için, anlamlı büyüklüğe sahip tek çekim kuvveti dünya ile cisim arasındaki kuvettir.
Bu kuvete AĞIRLIK denir.



$$m_1 = m \quad (\text{Cismin kütlesi})$$

$$m_2 = M_d \quad (\text{Dünyanın kütlesi})$$

$$W = G \frac{m \cdot M_d}{r^2} \rightarrow \frac{G \cdot M_d}{r^2} \cdot m = W$$

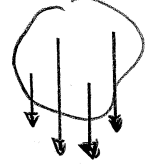
$$g = \frac{G \cdot M_d}{r^2} \quad (\text{yerçekimi kuvveti, m/s}^2)$$

$$W = mg \quad (\text{N})$$

Cismin ağırlığı r 'ye (g 'ye) bağlıdır.

$g \rightarrow$ Standard konum
Deniz seviyesi } $g = 9,807 \text{ m/s}^2$
45° enlem

Ağırlık Merkezi: Bir cisim bir çekim alanı içinde bulunduğunda, cismi oluşturan parçacıkların herbiri belli bir ağırlığa sahiptir.



Böyle bir kuvvet sisteminde kuvvetleri tek bir **BİLEŞKE** kuvvete indirgediğimizde bu bileşkenin uygulama noktasına ağırlık merkezi denir.



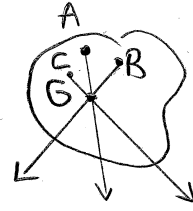
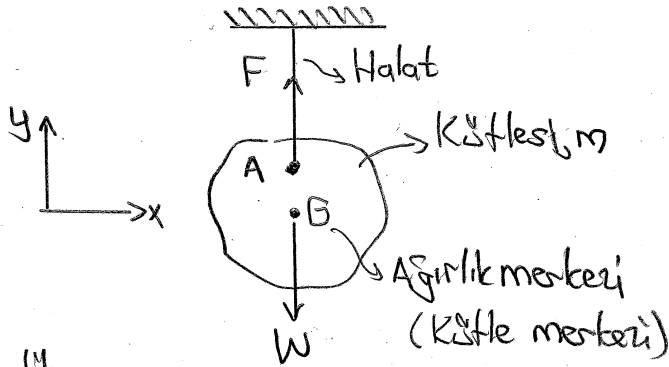
Bir cisim diferansiyel boyutlu sonsuz sayıda parçacığın birleşimidir.

Parçacıkların herbiri dW ağırlığına sahip olsun.

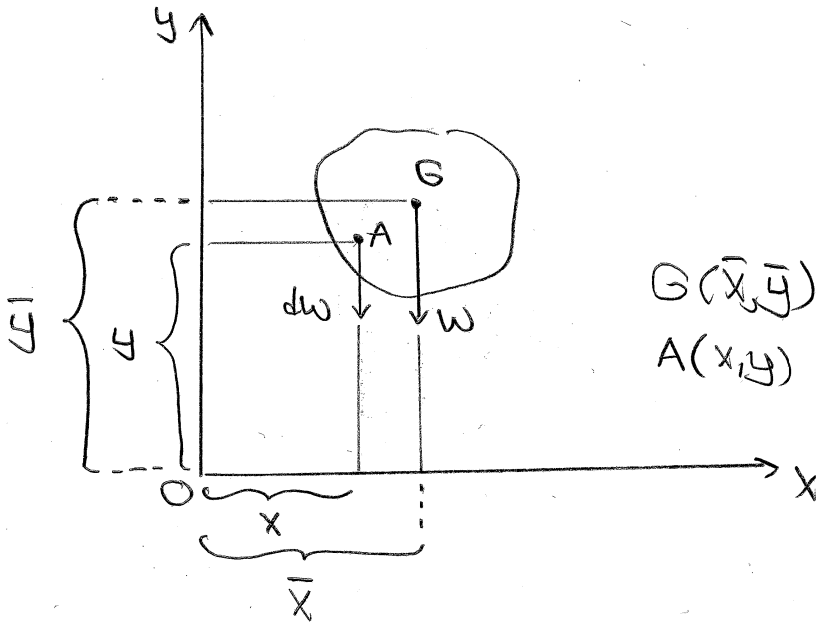
$$\text{Toplam ağırlık, } W = \int dW \quad (N)$$

Dikkat: g sabit ise \rightarrow Kütle Merkezi

Bir cismin her noktasına etki eden aynı değerdeki yerçekimi kuvvetinin bileşkesinin uygulama noktasına **KÜTLE MERKEZİ** denir.



Statik durum: $\sum F_y = 0 \rightarrow \boxed{F = W}$
Dengede



Ağırlık $\rightarrow W = \int dw$ (Cisimde tüm maddesel noktalara etki eden yerçekimi kuvvetlerinin bileşkesi cismin ağırlığına eşittir).

y eksenine göre moment alalım: (A noktası için)

$$x \cdot dW \rightarrow \int x dW = W \cdot \bar{x} \quad (\text{Nm})$$

✓
$$\bar{x} = \frac{\int x dW}{W}, \quad \bar{y} = \frac{\int y dW}{W} \quad \left. \vphantom{\bar{x}} \right\} \text{Yerelkütmesine bağlıdır.}$$

Ağırlık merkezi: $G(\bar{x}, \bar{y})$ $g \rightarrow$ değişken

Kütle merkezi: $G(\bar{x}, \bar{y})$ $g \rightarrow$ sabit (kabul)

$$W = mg \quad (\text{N}) \rightarrow dW = g dm \quad \text{ve } g \text{ sabitse}$$

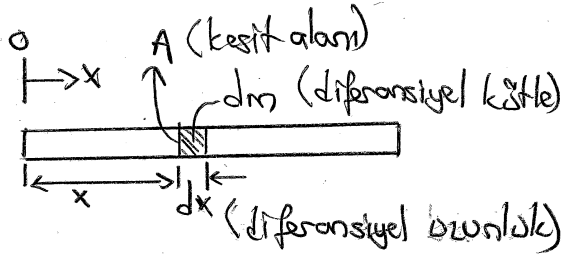
$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{m}, \quad \bar{y} = \frac{\int y dm}{m} \quad \left. \vphantom{\bar{x}} \right\} \text{Kütleye bağlı.}$$

$$m = \rho \cdot V \quad (\text{kg}) \rightarrow dm = \rho dV$$

\downarrow \downarrow
 kg/m^3 m^3

$$\bar{x} = \frac{\int x \rho dV}{\rho dV}, \quad \bar{y} = \frac{\int y \rho dV}{\rho dV} \quad \left. \vphantom{\bar{x}} \right\} \text{Hacme bağlı.}$$

Örnek



Çubuğun uzunluğu:

$$L = 1 \text{ m}$$

$$L = \int dx$$

Çubuğun kesit alanı:

$$A = 1 \text{ m}^2$$

✓ Çubuktaki yoğunluk sabit değil.

$$\rho = \rho_0 (1 - x/2) \quad \text{kg/m}^3 \rightarrow \text{Değişken?} \rightarrow \text{"m"}$$

↙ sabit

Bir boyutlu $\rightarrow x \rightarrow \bar{x} = ?$ (Kütle merkezi)

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{m} \quad (\text{m})$$

$$\text{Kütle: } m = \rho V \quad (\text{kg}) \quad [\text{kg} \equiv \text{kg/m}^3 \cdot \text{m}^3]$$

$$m = \rho \cdot x \cdot A \quad (V = A \cdot x)$$

$$A = 1 \text{ m}^2$$

$$m = \rho x \rightarrow dm = \rho dx \rightarrow dm = \rho(x) dx$$

$$m = \int dm$$

$$m = \int \rho(x) dx$$

$$m = \int_0^1 \rho_0 (1 - x/2) dx$$

$$m = \int_0^1 (\rho_0 - \rho_0 x/2) dx$$

$$m = \rho_0 \cdot x - \rho_0 \cdot \frac{x^2}{4} \Big|_0^1 \rightarrow m = \rho_0 - \frac{\rho_0}{4}$$

$$\text{PAYDA} \rightarrow m = \frac{3\rho_0}{4} \quad (\text{kg})$$

$$\begin{aligned}
 \text{PAY} \rightarrow \int x dm &= \int_0^1 x \rho_0 (1 - x/2) dx \\
 &= \int_0^1 (\rho_0 x - \frac{x^2}{2} \rho_0) dx \\
 &= \rho_0 \frac{x^2}{2} - \rho_0 \frac{x^3}{6} \Big|_0^1 \\
 &= \frac{\rho_0}{2} - \frac{\rho_0}{6} = \frac{4}{12} \rho_0 = \frac{\rho_0}{3}
 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{m} = \frac{\rho_0/3}{3\rho_0/4} = \frac{4}{9}$$

$$\bar{x} = 0,4 \text{ m}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

Tam ortası: 0,5 m (g sabit olsaydı, kütle merkezi $\bar{x} = 0,5 \text{ m}$ olacaktı).

$$\bar{x}_g - \bar{x} = 0,05 \text{ m}$$