

## TERMODİNAMİK II

### Ders02-A: Ekserji Dengesi

#### EKSERJİ DENGESİ: KAPALI SİSTEMLER

Ekserjinin doğası, ekserjinin *yok edilebilir* ama yaratılamaz olması bakımından entropinin doğasının tersidir. Bu yüzden, bir hal değişimi süresince bir sistemin *ekserji değişimi*, sistem sınırlarındaki hal değişimi süresince yok olan ekserjiye eşit miktardaki *bir ekserji geçişinden* daha azdır. Öyle ise *ekserjinin azalması ilkesi* aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

(Toplam ekserji girişi) - (Toplam ekserji çıkışı) - (Toplam ekserji yok oluşu) = (Sistemin toplam ekserjisindeki değişim)

veya aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$X_{\text{giren}} - X_{\text{çıkan}} - X_{\text{yokolan}} = \Delta X_{\text{sistem}}$$

Bu ilişkiye **ekserji dengesi** denir ve *bir hal değişimi sırasında sistemin ekserji değişimi, sistemin sınırından olan net ekserji geçişi ile tersinmezliklerin sonucu olarak sistemin sınırları içerisindeki ekserji yok oluşu arasındaki fark* olarak ifade edilebilir.

Ekserji; ısı, iş, ve kütle geçişi ile bir sisteme veya bir sistemden dışarıya geçebilir. *Herhangi bir hal değişimine uğrayan herhangi bir sistemin ekserji dengesi, daha açık bir biçimde aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:*

$$\text{Genel: } \underbrace{X_{\text{giren}} - X_{\text{çıkan}}}_{\text{Isı, iş ve kütle ile net ekserji geçişi}} - \underbrace{X_{\text{yokolan}}}_{\text{Ekserji yok oluşu}} = \underbrace{\Delta X_{\text{sistem}}}_{\text{Ekserjideki değişim}} \quad (\text{J})$$

veya **birim zaman için** aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$\text{Genel: } \underbrace{\dot{X}_{\text{giren}} - \dot{X}_{\text{çıkan}}}_{\text{Isı, iş ve kütle ile net ekserji geçişi miktarı}} - \underbrace{\dot{X}_{\text{yokolan}}}_{\text{Ekserji yok oluşu miktarı}} = \underbrace{\Delta \dot{X}_{\text{sistem}}}_{\text{Ekserjideki değişim miktarı}} \quad (\text{W})$$

burada ısı, iş ve kütle tarafından yapılan ekserji geçişi miktarları sırasıyla,  $\dot{X}_{\text{ısı}} = (1 - T_0 / T) \dot{Q}$ ,  $\dot{X}_{\text{iş}} = \dot{W}_{\text{yararlı}}$  ve  $\dot{X}_{\text{kütle}} = \dot{m} \psi$  olarak yazılabilir. Ekserjideki değişim miktarı ise,  $\Delta \dot{X}_{\text{sistem}} = dX_{\text{sistem}} / dt$  olarak ifade edilebilir. Ekserji dengesi, birim kütle cinsinden aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$\text{Genel, birim kütle için: } (x_{\text{giren}} - x_{\text{çıkan}}) - x_{\text{yokolan}} = \Delta x_{\text{sistem}} \quad (\text{J / kg})$$

burada, niceliklerin tümü sistemin birim kütlesi için ifade edilmiştir.

*Tersinir bir hal değişimi için, ekserji yok oluşu terimi  $X_{yokolan}$ , yukarıdaki tüm eşitliklerden çıkartılır. Aynı zamanda, ilk önce entropi üretimini ( $S_{üretim}$ ) ve daha sonra ekserji yok oluşunu doğrudan doğruya bulunabilir:*

$$X_{yokolan} = T_0 S_{üretim} \quad \text{veya} \quad \dot{X}_{yokolan} = T_0 \dot{S}_{üretim}$$

Çevre koşulları  $P_0$  ve  $T_0$  ve sistemin son durumu belirli olduktan sonra, sistemin ekserji değişimi  $\Delta X_{sistem} = X_2 - X_1$ , hal değişiminin nasıl gerçekleştiğine bakılmaksızın belirlenebilir. Bununla birlikte ısı, iş ve kütle geçişi yoluyla ekserji geçişinin belirlenmesi, bu etkileşimler hakkında bilgi gerektirir.

*Kapalı bir sistem herhangi bir kütle akışı ve bu çerçevede herhangi bir ekserji ile kütle geçişi içermez. Isı geçişinin pozitif yönü, sisteme doğru olacak şekilde ve iş geçişinin pozitif yönü sistemden dışarı doğru olacak şekilde alındığında, kapalı bir sistemin ekserji dengesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:*

$$\text{Kapalı sistem:} \quad X_{ısı,giren} - X_{iş,çıkan} - X_{yokolan} = \Delta X_{sistem}$$

veya

$$\text{Kapalı sistem:} \quad \left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) Q_k \right]_{giren} - [W - P_0(V_2 - V_1)]_{çıkan} - T_0 S_{üretim} = X_2 - X_1$$

burada  $k$  konumunda,  $T_k$  sıcaklığındaki sınırdan geçen ısı  $Q_k$ 'dir. Yukarıdaki eşitlik  $\Delta t$  zaman aralığına bölünüp, limiti  $\Delta t \rightarrow 0$  şeklinde alındığında, kapalı bir sistem için ekserji dengesinin *birim zaman için* yazılan şekli aşağıda verildiği gibi elde edilir:

$$\text{Birim zaman için:} \quad \left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) \dot{Q}_k \right]_{giren} - \left( \dot{W} - P_0 \frac{dV_{sistem}}{dt} \right)_{çıkan} - T_0 \dot{S}_{üretim} = \frac{dX_{sistem}}{dt}$$

Kapalı bir sistem için yukarıda verilen bağıntılar, bir sisteme doğru olan ısı geçişini ve sistem tarafından yapılan işi pozitif nicelikler olarak almak suretiyle geliştirilmiştir. Bu nedenle bu bağıntıları kullanırken, sistemden dışarı doğru olan ısı geçişi ve sisteme yapılan iş negatif nicelikler olarak alınacaktır.

Yukarıda verilen ekserji dengesi ilişkileri, ekserji yok oluşu terimini sıfıra eşitleyerek *tersinir işi*  $W_{tr}$  belirlemek için kullanılabilir. Bu durumda  $W$  işi tersinir iş olacaktır. Yani,  $X_{yokolan} = T_0 S_{üretim} = 0$  olduğu zaman  $W = W_{tr}$  olur.

$X_{yokolan}$  teriminin, dış tersinmezlikler sonucunda, sistem sınırları dışında meydana gelebilecek ekserji yok oluşunu değil, yalnızca *sistem sınırları içerisinde* yok olan ekserjiyi temsil ettiğine dikkat edilmelidir. Bu nedenle,  $X_{yokolan} = 0$  olan bir hal değişimi *içten tersinir*dir ama tamamen tersinir olması da gerekmez. Bir hal değişimi sırasındaki *toplam ekserji yok oluşu*, ekserji dengesini, sistemin kendisini ve dış tersinmeliklerin oluşabileceği yakın çevresini içeren genişletilmiş bir sisteme uygulamak suretiyle belirlenebilir Aynı zamanda, bu durumdaki ekserji değişimi, sistemin ekserji değişimi ile bu sistemin yakın çevresinin *ekserji*

*değişiminin* toplamına eşit olacaktır. Sürekli koşullar altında, hal ve böylece herhangi bir noktadaki yakın çevrenin (“tampon bölge”) ekserjisinin, hal değişimi sırasında değişmeyeceğine ve bu yüzden yakın çevrenin ekserji değişiminin sıfır olacağına dikkat edilmelidir. Genişletilmiş bir sistem ve uzak çevre arasındaki ekserji geçişini değerlendirirken, genişletilmiş sistemin sınır sıcaklığı, çevre sıcaklığı olan  $T_0$  olarak alınır.

*Tersinir bir hal değişimi için, entropi üretimi ve ekserji yok oluşu sıfırdır* ve bu durumdaki ekserji dengesi bağıntısı, enerji dengesi bağıntısına benzer duruma gelir. Yani, sistemin ekserji değişimi, ekserji geçişine eşit olur.

Bir sistemin *enerji değişiminin*, herhangi bir hal değişimi için ortaya çıkan *enerji geçişine* eşit olduğunu ama bir sistemin *ekserji değişiminin* o sistemin *ekserji geçişine*, yalnızca *tersinir* hal değişimi söz konusu olduğu zaman eşit olduğuna dikkat edilmelidir. Gerçek bir hal değişimi sırasında (birinci yasa) enerjinin *niceliği* her zaman korunur ancak *niteliği* azalma eğilimindedir (ikinci yasa). Nitelikteki bu düşüşe daima entropideki bir artış ve ekserjideki bir azalış eşlik eder. Örneğin 10 kJ değerindeki ısı, sıcak bir ortamdan soğuk bir ortama geçiş yaptığında, bu hal değişiminin sonunda yine 10 kJ değerinde enerjiye sahip olunur ama daha düşük sıcaklıkta ve bu nedenle daha düşük nitelikte olan bu enerji, daha az iş yapma potansiyeline sahip bir enerjidir.

## EKSERJİ DENGESİ: KONTROL HACİMLERİ

Kontrol hacimleri için ekserji dengesi bağıntıları, bir adet daha ekserji geçiş mekanizması içermeleri bakımından, kapalı sistemdeki bağıntılardan farklıdır. Yeni ekserji geçiş mekanizması *sınırlardan kütle geçiştir*. Daha önce de değinildiği gibi kütle, enerji ve entropi içerdiği gibi ekserji de içermektedir ve bu üç özeliğin miktarları kütle miktarı ile orantılıdır. Yine, ısı geçişinin pozitif yönünü sisteme doğru ve iş geçişinin pozitif yönünü sistemden dışarı doğru alarak, bir kontrol hacmi için genel ekserji dengesi bağıntıları aşağıda verildiği gibi açıklanabilir:

$$\text{Açık sistem : } X_{\text{ısı,giren}} + X_{\text{kütle,giren}} - X_{\text{ısı,çıkan}} + X_{\text{kütle,çıkan}} - X_{\text{yokolan}} = \Delta X_{\text{KH}}$$

veya

$$\left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) Q_k \right]_{\text{giren}} - [W - P_0(V_2 - V_1)]_{\text{çıkan}} + \sum m_{\text{giren}} \psi_{\text{giren}} - \sum m_{\text{çıkan}} \psi_{\text{çıkan}} - X_{\text{yokolan}} = (X_2 - X_1)_{\text{KH}}$$

Yukarıda verilen alt lindsaylar, 1 = ilk hal, ve 2 = son haldir. Aynı şekilde birim zaman için aşağıda verilen eşitlik yazılabilir:

$$\left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) \dot{Q}_k \right]_{\text{giren}} - \left( \dot{W} - P_0 \frac{dV_{\text{KH}}}{dt} \right)_{\text{çıkan}} + \sum \dot{m}_{\text{giren}} \psi_{\text{giren}} - \sum \dot{m}_{\text{çıkan}} \psi_{\text{çıkan}} - \dot{X}_{\text{yokolan}} = \frac{dX_{\text{KH}}}{dt}$$

Yukarıda verilen ekserji dengesi bağıntısı, *bir hal değişimi sırasında kontrol hacmi içerisindeki ekserji değişim miktarı, kontrol hacmi sınırı boyunca ısı, iş ve kütle akışı yoluyla*

oluşan net ekserji geçiş miktarından, kontrol hacmi sınırları içerisinde ekserji yok oluş miktarının çıkarılmasına eşittir şeklinde ifade edilebilir.

Kontrol hacminin ilk ve son halleri belirli bir duruma getirildiğinde, kontrol hacminin ekserji değişimi  $X_2 - X_1 = m_2\phi_2 - m_1\phi_1$  olur.

## Sürekli Akışlı Sistemler için Ekserji Dengesi

Uygulamada karşılaşılan türbinler, kompresörler, lüleler, yayıcılar, ısı değiştiriciler, borular, ve kanallar gibi kontrol hacimlerinin çoğu sürekli olarak çalışır ve böylece hacimlerinde olduğu gibi kütlelerinde, enerjilerinde, entropilerinde ve ekserji içeriklerinde hiçbir değişikliğe uğramazlar. Bu nedenle, bu tür sistemler için  $dV_{KH}/dt = 0$  ve  $dX_{KH}/dt = 0$  yazılabilir ve bir sürekli akışlı sistemin tüm biçimlerinde (ısı, iş ve kütle geçişi) giren ekserji miktarı, sistemi terk eden ekserji miktarı artı yok olan ekserji miktarına eşit olmalıdır. Öyle ise birim zaman için genel ekserji dengesi **sürekli akış işlemi**nde aşağıda verilen eşitliğe indirgenir:

$$\text{Sürekli akış: } \left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) \dot{Q}_k \right]_{\text{giren}} - \dot{W}_{\text{çıkan}} + \sum \dot{m}_{\text{giren}} \psi_{\text{giren}} - \sum \dot{m}_{\text{çıkan}} \psi_{\text{çıkan}} - \dot{X}_{\text{yokolan}} = 0$$

*Tek akımlı* (bir giriş, bir çıkış) sürekli akış düzeneği için, yukarıda verilen bağıntı aşağıda verilen biçime indirgenir:

$$\text{Bir giriş - bir çıkış için: } \left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) \dot{Q}_k \right]_{\text{giren}} - \dot{W}_{\text{çıkan}} + \dot{m}(\psi_1 - \psi_2) - \dot{X}_{\text{yokolan}} = 0$$

Yukarıda verilen  $\dot{m}$ , kütleli debidir.

$$\psi_1 - \psi_2 = \psi_{\text{giren}} - \psi_{\text{çıkan}} = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + g(z_1 - z_2)$$

$$\text{Birim kütle için: } \left[ \sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) q_k \right]_{\text{giren}} - w_{\text{çıkan}} + (\psi_1 - \psi_2) - x_{\text{yokolan}} = 0 \quad (\text{kJ / kg})$$

Yukarıda verilen  $q = \dot{Q} / \dot{m}$  ve  $w = \dot{W} / \dot{m}$  sırasıyla, akışkanın birim kütlesi için ısı geçişi ve yapılan işdir.

İş etkileşimi olmayan tek akımlı bir *adyabatik* durum için, ekserji dengesi bağıntısı daha da basitleştirilerek  $\dot{X}_{\text{yokolan}} = \dot{m}(\psi_1 - \psi_2)$  elde edilir ve sıvının özgül ekserjisinin, iş üretmeyen adyabatik bir düzeneğe geçerken azalması gerektiğini veya tersinir bir sınırlı hal değişimi durumunda sıvının özelliklerine bakmaksızın aynı kaldığını ( $\psi_1 = \psi_2$ ) göstermektedir.

Sonuç olarak kapalı ve açık sistemler için aşağıda verilen genel eşitlik kullanılabilir:

$$\underbrace{X_{\text{giren}} - X_{\text{çıkan}}}_{\text{Isı, iş ve kütle ile net ekserji geçişi}} - \underbrace{X_{\text{yokolan}}}_{\text{Ekserji yok oluşu}} = \underbrace{\Delta X_{\text{sistem}}}_{\text{Ekserjideki değişim}} \quad (\text{J})$$

**Kaynak:** “Thermodynamics: An Engineering Approach”, 9th Edition, Yunus A. Cengel, Michael A. Boles, Mehmet Kanoglu, McGraw-Hill Education, 2019.